Rauschreduktion bei Signalkurven mit Hilfe der Median-Filterung

Unterschiede und Vorteile eines Median-Filters gegenüber einem Tiefpassfilter

Der Beitrag beschreibt die Einsatzmöglichkeiten der Median-Filterung zur Rauschreduktion bei Signalkurven. Anhand von Messkurven aus der optischen Messtechnik werden die Stärken und Schwächen dieses Verfahrens analysiert und Hinweise für sinnvolle Einsatzgebiete gegeben.

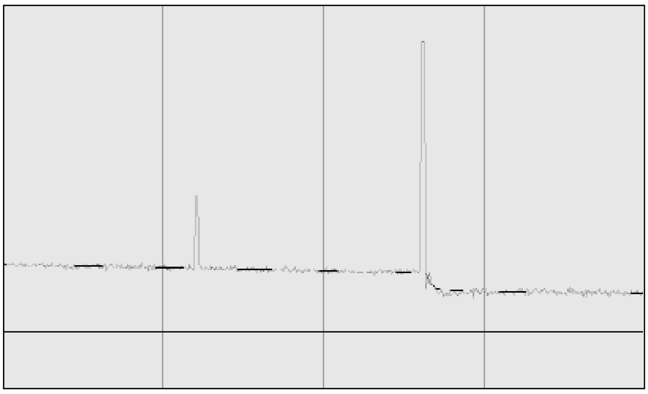

Abb. 1: Auswirkung der Median-Filterung auf vereinzelte ‚Ausreißer' (Originalkurve in Hellgrau, gefilterte Kurve in Schwarz)

Alle Signalkurven sind in der Praxis durch überlagertes Rauschen mehr oder weniger stark verzerrt. Bei der manuellen und noch mehr bei der automatischen Interpretation solcher Signalkurven ergeben sich dadurch im Einzelfall erhebliche Probleme.

Zur Rauschreduktion durch Software existieren mehrere Verfahren. Als besonders leistungsfähig gelten solche, die auf der Fouriertransformation basieren. Diese Verfahren setzen jedoch nicht nur eine möglichst genaue Kenntnis der erwarteten (periodischen) Signalkurve zwingend voraus, sondern erfordern auch einen vergleichsweise hohen Aufwand bei der Realisierung. Deshalb wird häufig auf den einfachen Tiefpass zurückgegriffen, der die genannten Nachteile nicht aufweist. Andererseits ist die dabei zwangsläufig auftretende Verschleifung der Signalstrukturen ein oft entscheidender Nachteil.

Autor

Dipl.-Ing. REINHARD BENEKEN ist Softwareentwickler bei Acterna
Acterna Eningen GmbH;
Mühleweg 5, D-72800 Eningen u.A.
Fon: 07121/86-1499, Fax: 07121/86-1102
eMail: reinhard.beneken@acterna.com

Eine Rauschreduktion von Signalkurven unter Einsatz der Median-Filterung kann dieses Dilemma unter bestimmten Voraussetzungen entschärfen.

Die Median-Filterung unterscheidet sich in ihrer mathematischen Definition nur in einem einzigen Punkt von der häufig eingesetzten Tiefpass-Filterung: Während bei letzterer jeder Messpunkt [i] durch das arithmetische Mittel der benachbarten Messpunkte ([i-r] bis [i+r]) (der positiv ganzzahlige Filterradius r bestimmt die Grenzfrequenz des Filters) ersetzt wird, verwendet die Median-Filterung hierzu den Median.

Median: Den Median einer Menge aus (2r+1) Elementen erhält man, wenn man die r größten und die r kleinsten Elemente aus der Menge entfernt. Der Filterradius r muss ganzzahlig und positiv sein. Beispiel: Der Median von (2, 100, 5, 6, 17) ist 6.

Eigenschaften der Median-Filterung

Die Unterschiede im Vergleich zur Filterwirkung des Tiefpasses sind beträchtlich und werden im nachfolgenden besprochen.

Unterschied 1

‚Ausreißer' werden abgeschnitten. Einzelne Messpunkte, die deutlich größer oder deutlich kleiner sind als die benachbarten Messpunkte, werden bei der Medianbildung immer als ‚größtes' oder ‚kleinstes' Element aussortiert. Dadurch haben diese ‚Ausreißer' – unabhängig von ihrer Größe – keinen Einfluss auf die Filterkurve (Abb. 1). Bei Tiefpass-Filterung werden ‚Ausreißer' dagegen über die benachbarten Messpunkte ‚verschmiert'.

Unterschied 2

Stufenkanten ‚im Trend' werden in nahezu originaler Schärfe dargestellt. Verrauschte Signale, deren Höhe sich zu einem bestimm-

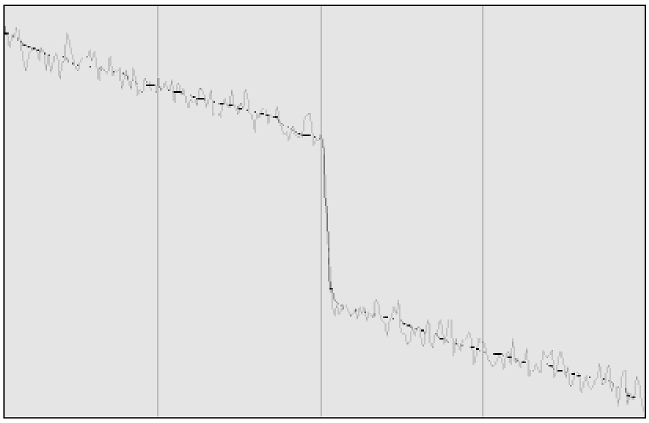

Abb. 2: Auswirkung der Median-Filterung auf im Vergleich zur Rauschamplitude große Signalstufen ‚im Trend'

ten Zeitpunkt sprunghaft ändert, werden durch die Median-Filterung scharf herausgearbeitet, denn alle Punkte ‚jenseits der Kante' werden bei der Medianbildung als ‚größtes' oder ‚kleinstes' Element aussortiert (Abb. 2, Abb. 3).

Voraussetzung hierfür ist, dass die Stufenkante ‚im Trend' liegt, bei einem tendenziell abnehmenden Signal also ebenfalls nach unten zeigt. Bei Tiefpass-Filterung werden Stufenkanten hingegen mit steigender Filterwirkung immer stärker ‚verschliffen'.

Unterschied 3

Stufenkanten ‚gegen den Trend' werden massiv verfälscht. Verrauschte Signale, deren Höhe sich zu einem bestimmten Zeitpunkt ‚gegen den Trend' sprunghaft ändert, werden durch die Median-Filterung dadurch verfälscht, dass jeder der beiden Stufen-‚Zwickel' mit der Breite des Filterradius r abgeschnitten wird (Abb. 4).

Unterschied 4

Regionale Maxima und Minima werden ‚gekappt'. Verrauschte Signale, deren Trend von monoton steigend auf monoton fallend (oder umgekehrt) wechselt, die also ein regionales Maximum (oder Minimum) besitzen, werden durch die Median-Filterung dadurch verfälscht, dass dieses regionale Maximum (oder Minimum) gekappt wird. Die Kappungsbreite entspricht auch hier dem Filterradius r.

Unterschied 5

Die mögliche Filterwirkung wird durch die Steilheit des Signals begrenzt. Die glättende Wirkung des Medianfilters steigt grundsätzlich mit dem Filterradius r. Bei monoton steigenden oder monoton fallenden verrauschten Signalen gilt dies jedoch nur bis zu einem gewissen Grenzwert von r, der von der Steilheit des Signals abhängt. Dieser Grenzwert entspricht in etwa der Breite eines gedachten Rechtecks, dessen Höhe der mittleren Rauschamplitude entspricht und dessen Diagonale das steigende oder fallende Signal bildet. Signale mit großer Steilheit lassen sich deshalb nur begrenzt glätten.

Unterschied 6

Die Filterwirkung erlischt bei zu kleiner Rausch-Amplitude. Die glättende Wirkung des Medianfilters ist grundsätzlich unabhängig von der Rausch-Amplitude. Ist das einer abfallenden (oder ansteigenden) Signalkurve überlagerte Rauschen jedoch so gering, dass die Messpunkte trotz des Rauschens eine monoton fallende (oder steigende) Folge bilden, ist eine weitere Glättung nicht mehr möglich.

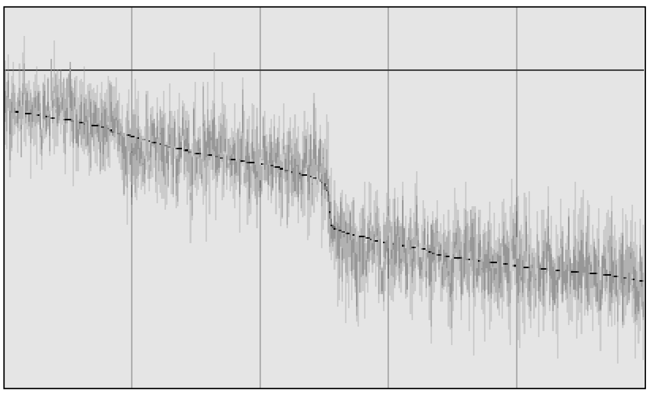

Abb. 3: Auswirkung der Median-Filterung auf im Vergleich zur Rauschamplitude kleine Signalstufen ‚im Trend'

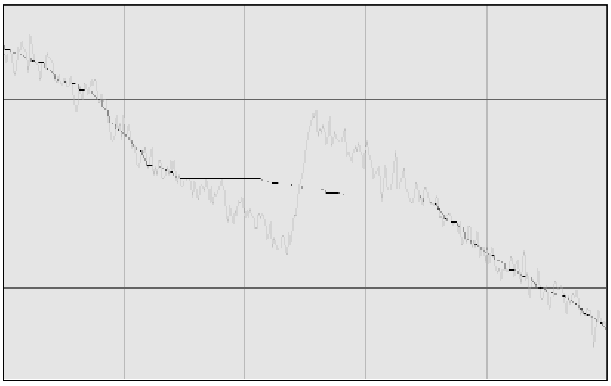

Abb. 4: Auswirkung der Median-Filterung auf Signalstufen ‚gegen den Trend'

Einsatzgebiete

Die beschriebenen Eigenschaften der Median-Filterung zeigen deutlich, dass sie kein Allround-Werkzeug sein kann. Ihr Einsatz wird auf bestimmte Spezialgebiete beschränkt bleiben. Eine Glättung von Signalkurven mit der Median-Filterung ist besonders in folgenden Fällen sinnvoll:

- bei überwiegend monotonen Signalkurven (z.B. bei Abklingvorgängen)
- zur Unterdrückung von einzelnen extremen Störspitzen
- zur unverfälschten Darstellung von Signalstufen, die ‚im Trend' liegen

Genau abgewogen werden muss der Einsatz der Median-Filterung in folgenden Fällen:

- bei sehr steilen Signalkurven
- bei sehr schwach verrauschten Signalkurven
- bei mehrfachem Wechsel von monoton steigenden und monoton fallenden Abschnitten auf der Signalkurve

Auf die Median-Filterung sollte in folgenden Fällenverzichtet werden:

- bei völlig unbekannten Signalkurven
- bei Signalkurven ohne zumindest abschnittsweiser Monotonie

Anwendungsbeispiel

Bei der Qualitätskontrolle von Glasfaser-Übertragungsstrecken kommen standardmäßig sogenannte OTDRs (Optical Time Domain Reflectometer) zum Einsatz. Die von einem OTDR, einem ‚optischen Echolot', gelieferte Messkurve ist aus physikalischen Gründen im wesentlichen monoton fallend, wobei jede Reflektion auf der Glasfaser (z.B. durch eine Steckverbindung) einen hohen Signal-Peak erzeugt und jede zusätzliche Dämpfung auf der Faser (z.B. durch einen Spleiss) sich als Stufe in der Signalkurve darstellt (Abb. 1).

Durch den Einsatz der Median-Filterung bei der automatischen Kurvenauswertung in einem OTDR konnten in einem einzigen Schritt sowohl die störenden Reflektionen ausgeschaltet als auch die Lage der Stufen scharf aus dem Rauschen herausgearbeitet werden.

Hinweise zur effizienten Implementierung

Die Realisierung eines Median-Filters in Software ist nicht sonderlich schwierig und ähnelt in seiner Struktur der Realisierung eines gewöhnlichen Tiefpasses.

Folgende Schritte werden dabei wiederholt ausgeführt:

- Aufnahme des Messpunkts mit dem nächsthöheren Index in die Arbeitsmenge
- falls die Arbeitsmenge daraufhin mehr als (2r+1) Messpunkte enthält: Entfernung des Messpunkts mit dem niedrigsten Index aus dieser Menge
- Bestimmung des Filterwerts (arithmetisches Mittel bzw. Median der Messpunkte in der Arbeitsmenge). Dabei kann der Median durch Sortieren der Arbeitsmenge und nachfolgende Auswahl des mittleren Punktes bestimmt werden
- Eintragen dieses Filterwerts beim nächsthöheren Index in die gefilterte Kurve

Die fortlaufende Bildung der arithmetischen Mittel kann sehr effizient implementiert werden, indem man zur Berechnung eines neuen Mittelwerts auf den vorherigen Wert zurückgreift: der älteste Signalpunkt wird subtrahiert und der neue wird addiert. Dadurch ergibt sich eine Laufzeit, die von dem Filterradius r unabhängig ist und nur (linear) von der Anzahl der Messpunkte abhängt.

Bei der Median-Filterung ist im o.a. Algorithmus das wiederholte Sortieren der Arbeitsmenge ein zeitbestimmender Schritt. Nutzt man jedoch die oben diskutierten Vorkenntnisse über die Signalkurve aus, so kann man Laufzeiten erreichen, die in der Praxis fast unabhängig vom Filterradius r sind:

- Die Arbeitsmenge wird als doppelt verkettete Liste implementiert, deren Elemente nicht nach dem Index, sondern nach dem Wert des repräsentierten Messpunkts sortiert sind
- Jedes Element der Arbeitsmenge enthält zusätzliche Verweise auf die beiden Elemente mit nächstgrößerem bzw. nächstkleinerem Index
- Besondere Zeiger verweisen auf die Elemente mit dem kleinsten Index, mit dem größten Index und mit dem vorherigen Median. Sie werden regelmäßig aktualisiert

Die einzelnen Schritte der Median-Filterung lassen sich nun effizient ausführen:

- Einsortieren eines neuen Elements: Die Suche nach der richtigen Stelle zum Einsortieren beginnt beim Element mit dem größten Index, denn benachbarte Punkte aus einer monotonen Kurven haben oft auch ähnliche Werte
- Entfernen eines überzähligen Elements: Dies geschieht direkt über den Verweis auf das Element mit dem kleinsten Index.
- Bestimmung des Median: Dies geschieht direkt über den Verweis auf das Element mit dem vorherigen Median. Der neue Median kann sich maximal um ein Element verschieben, abhängig allein von den Relationen ‚neues Element', ‚überzähliges Element' und ‚vorheriger Median' untereinander

Zusammenfassung

Die Median-Filterung ist unter bestimmten Voraussetzungen in der Lage, aus einem stark verrauschten Signal feine Strukturen herauszuarbeiten, ohne diese zu verschleifen. Geschickte Implementierungen des Algorithmus unter Ausnutzung von Vorkenntnissen über den Signalverlauf reduzieren die Laufzeit auf die Größenordnung der Tiefpass-Filterung.
Sie bietet damit einen Ausweg aus einem ansonsten unlösbar erscheinenden Dilemma überall dort, wo die Art des verrauschten Signals ihren Einsatz erlaubt. TEST

Literatur

[1] Press, W.H.; Teukolsky, S.A. [u.a.], 'Numerical recipes in C the art of scientific computing' ISBN: 0-521-43108-5; Cambridge University Press; 1995