

# Einsatz und Bedeutung virtueller Felder beim IC-Entwurf

## Neues Berechnungsverfahren zur Charakterisierung von Bauteilen bei hohen Frequenzen

Die Rückbesinnung auf die tragfähigen Grundlagen der Maxwellschen Gleichungen, die Eichtheorie als Anleihe aus der Quantenelektrodynamik und neuartige Algorithmik mit virtuellen Feldern bieten eine überraschend leistungsfähige Unterstützungsmöglichkeit für Verbindungsstrukturen bei tiefem Submikron-CMOS-Design. WIM SCHOENMAKER

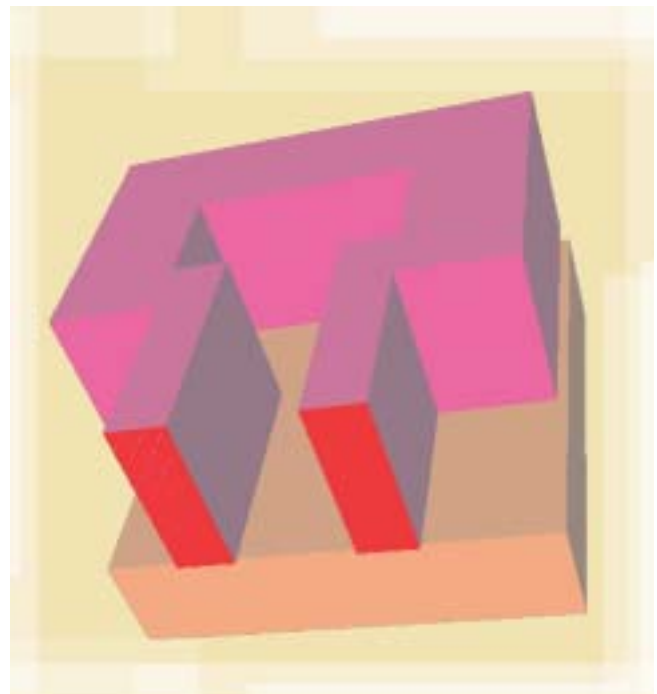


Abb. 5: Geometrie einer halboffenen Leiterschleife über einer mäßig leitenden Substratschicht



WIM SCHOENMAKER, ist CTO des IMEC-Spin-Offs Magwel

Wenn Historiker aus großer zeitlicher Distanz auf das 19. Jahrhundert zurückblicken, dann werden sie sehr wahrscheinlich die Entdeckung der Maxwellschen Gleichungen durch J.C. Maxwell im Jahre 1865 als das herausragendste Ereignis des Jahrhunderts bewerten, das die weitere Entwicklung der menschlichen Zivilisation wesentlich bestimmte. Diese Gleichungen wurden zu der Zeit niedergeschrieben, als in Nordamerika der Bürgerkrieg tobte. Verglichen mit Maxwells Entdeckung dürfte dieser Krieg aber eher als provinzielles Ereignis gesehen werden (nach Feynman). In der Tat werden alle Aspekte unserer Existenz in der einen oder anderen Weise durch die Ausnutzung der Maxwellschen Gleichungen beeinflusst. Hier einige Beispiele, um auch skeptische Leser zu überzeugen:

- ▶ Voraussetzung für elektrische Stromerzeugung und -verteilung sowie den täglichen Gebrauch von Energie (das Anschalten einer Lampe zum Beispiel) ist die Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen
- ▶ Alle weitreichende Kommunikation (Telefon, Radio, Fernsehen) funktioniert nur durch die Existenz elektromagnetischer Felder, welche durch die Maxwellschen Gleichungen genau beschrieben werden
- ▶ Das Wirkungsprinzip aller elektronischer Bauteile ist angewandte Elektrodynamik auf der Basis der Maxwellschen Gleichungen
- ▶ Die Bewegung von Elektronen in Atomen und dichter Materie wird teilweise durch die Maxwellschen Gleichungen bestimmt, welche auf diese Weise auch die (Bio-)Chemie der Natur steuern.

## Von der Kraft zum Potential

Der Weg zur endgültigen Formulierung der Maxwell'schen Gleichungen begann etwa 1772, als Coulomb und Cavendish die Anziehung und Abstoßung geladener Körper quantitativ bestimmen konnten. Im Mittelpunkt steht hier die ‚Kraft‘: Geladene Objekte üben eine gegenseitige Kraft aus, die zu deren Ladung proportional ist und mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt.

Für lange Zeit galten Kräfte als die Schlüsselmerkmale, bis etwa um 1830 Faraday das ‚Feld‘ einführte. Der grobe Unterschied zwischen einem Feld und einer Kraft besteht darin, dass Felder Modifikationen der Raumeigenschaften sind, die auch dann gelten, wenn das Raumelement nicht durch eine Testladung geprüft wird. Diese Änderung des Blickwinkels ist in Abb. 1 dargestellt: Jetzt wird jedem Raumvolumen ein Energieinhalt zugeordnet, der zumindest für lineare Medien mit linearer Abhängigkeit der Flussdichte  $D$  von der elektrischen Feldstärke  $E$  ( $D = \epsilon E$  mit  $\epsilon$  als Dielektrizitätskonstante) dem Quadrat der Feldstärke proportional ist. Nach der Einführung des Feldes bestand der nächste Abstraktionsschritt darin, das ‚Potential‘ zu definieren. Dies ist nicht eindeutig, durch Betrachtung der Potentialdifferenz in zwei Punkten lässt sich aber Information über die Feldstärke erhalten. Dass nur die Potentialdifferenzen relevant sind, soll das Abb. 2 verdeutlichen, in dem zwei gleichwertige Versorgungen der beiden Pole einer Steckdose zu sehen sind.

Die Anwendung von Potentialvariablen wurde durch Helmholtz und Hertz um 1890 vorangetrieben. Später ist dann die fehlende Eindeutigkeit des Potentials als Äußerung einer leistungsfähigen Symmetrie interpretiert worden, welche der elektromagnetischen Theorie zugrunde liegt. Entdeckt wurden die Zusammenhänge zwischen fehlender Eindeutigkeit des Potentials und der Symmetrie im Jahre 1918 durch Hermann Weyl. Es ist aber mehr als nur ein Zusammenhang, sondern auch eine ‚Beziehung‘ im mathematischen Sinne. Berechnungen mit bestimmten Sätzen von Basiskoordinaten im nahe gelegenen Raum- oder Zeitpunkten er-

**Tabelle 1: Anwendbarkeit und Gebrauch von Kernkonzepten bei der Entwicklung der Eichtheorie**

Modell	Jahr	Eichprinzip	Quanten-Physik	Virtuelle Felder	Rechnereinsatz
Maxwell	1865	Nein	Nein	Nein	Nein
Weyl	1918	Ja	Ja	Nein	Nein
Faddeev/Popov	1967	Ja	Ja	Ja	Nein
Wilson	1974	Ja	Ja	Nein	Ja
IMEC	2001	Ja	Nein	Ja	Ja

fordern, dass lokale Änderungen der Basis keinen Einfluss auf das Ergebnis haben. Damit Basis-invariante Ergebnisse garantiert werden, muss eine ‚Beziehungs‘-Variable vorgegeben werden, welche die Basisabhängigkeit kompensiert. Diese Arbeit erledigen die Potentiale.

### Übergeordnete Sicht: Die Eichtheorie

Seit der Entdeckung der Maxwell'schen Gleichungen haben Physiker festgestellt, dass die mathematische Struktur eine weitgehende Verallgemeinerung erlaubt. Während die Maxwell'schen Gleichungen von elektromagnetischen Erscheinungen handeln, stellte sich heraus, dass es möglich ist, alle Kräfte in der Natur mit der gleichen mathematischen Struktur zu beschreiben, wie sie den Maxwell'schen Gleichungen zugrunde liegt. Die Details der mathematischen Struktur beschreiben dann den besonderen Gegenstand der Physik.

Insbesondere korrespondiert die Maxwell'sche Theorie zur Mathematik von Drehungen eines Kreises in der Ebene. Ganz ähnlich entspricht der Zerfall radioaktiver Atomkerne der Mathematik von Kugeldrehungen, wie Glashow 1962 herausfand. Die übergeordnete mathematische Struktur ist bekannt als Eichtheorie oder Eichinvarianz. Für ein besseres Verständnis der Eichtheorie lohnt sich ein Blick in ein anderes Gebiet der Physik: die Quantenmechanik.

Danach weisen alle Teilchen einen wellenähnlichen Charakter auf und wie alle Wellen auch eine Phase, die Auskunft darüber geben kann, wie sich verschiedene Wellen überlagern. Die oben genannte Rotation eines Kreises in einer Ebene entspricht der Phase der quantenmechanischen Wellen der Partikel.

In den letzten drei Jahrzehnten ist ein großer Pool von Computer-Tools für die Berechnungen in der Eichtheorie entwickelt worden.

Während analytische Berechnungen üblicherweise auf Methoden für Stift und Papier beruhen, erfordert die Bestimmung der Eigenschaften realistischer Strukturen dagegen Großrechner, wie Wilson 1974 feststellen musste. Da sich die Eichtheorie in erster Linie auf die Eigenschaften der quantenmechanischen Wellen der betrachteten Strukturen beziehen, wurde angenommen, dass sich die Anwendbarkeit der eichtheoretischen Methoden auch nur auf die Quantenmechanik beschränkt, die dem Verständnis der grundsätzlichen Stoffeigenschaften dient. Wenn also keine quantenmechanischen Fragestellungen auftreten, nahm man an, sich des schweren Waffenarsenals der eichtheoretischen Konzepte entledigen und zu den ursprünglichen Maxwell'schen Gleichungen zurückgehen zu können.

Eine Durchsicht der Literatur, die sich mit der Berechnung von nicht quantenmechanischen, also klassischen elektromagnetischen Problemen beschäftigte, ergab, dass das Prinzip der lokalen Eichinvarianz in der Tat nicht ausgenutzt wurde.

### Eichtheorie gilt nicht nur im Quantenraum

Im Rahmen eines Grundlagenforschungsprogramms bei IMEC wurde kürzlich entdeckt, dass die elegante mathematische Struktur, die der Eichtheorie zugrunde liegt, sich auch für die Algorithmik von Berechnungen für klassische (nicht quantenmechanische) elektromagnetische Phänomene eignet. Tatsächlich bietet eine Ausnutzung dieser übergeordneten ma-



Abb. 1: Von der Kraft (Coulomb) zur Feldvorstellung von Faraday

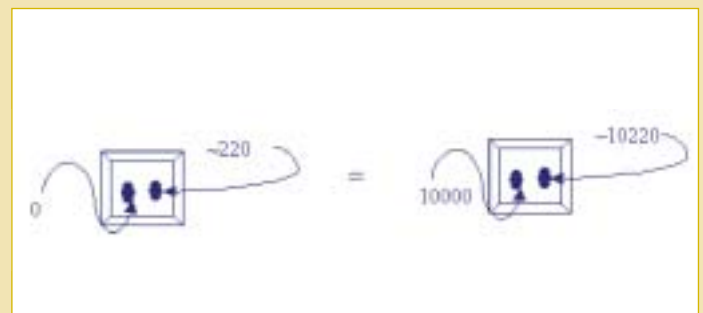


Abb. 2: Das Potential ist nicht eindeutig; Aber die Potentialdifferenz zeigt an, dass aus beiden Steckdosen 220 Volt kommen

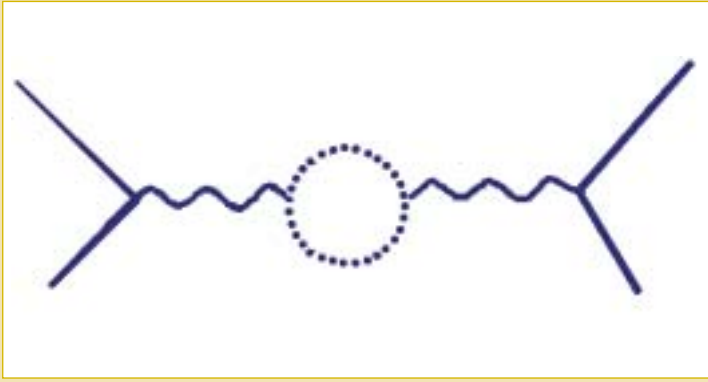


Abb. 3: Ein virtuelles Quantenteilchen (gestrichelt) in der Darstellung in einem Feynman-Graphen



Abb. 4: Chronologie der Paradigmenwechsel in der Elektrodynamik

thematischen Struktur eine ganze Reihe von Vorteilen für praktische Berechnungen elektromagnetischer Phänomene. Insbesondere lässt sich die Anzahl der Knoten bei einer Diskretisierung entscheidend reduzieren, um genauere Werte der Feldvariablen zu erhalten. In vielen Fällen beendet sie lang anhaltende Diskussionen über die Art und Weise, in der kontinuierliche Felder in diskrete Gittervariablen umgesetzt werden sollen.

Um die Situation kurz zusammenzufassen: Nach Maxwells Entdeckung, wie elektromagnetische Felder zu beschreiben sind, und nach Hermann Weyls Entdeckung des Prinzips der lokalen Eichinvarianz, reihte sich ein Forschungserfolg an den anderen mit dem Ergeb-

nis, dass sich das Verständnis für die fundamentalen Eigenschaften der Stoffe auf einer Stufe, die von der Quantenphysik beherrscht wurde, verbesserte. Dazu ist aber anzumerken, dass sich das Prinzip der lokalen Eichinvarianz gleichermaßen gut dazu eignet, erfolgreich Berechnungen von klassischen elektromagnetischen Erscheinungen durchzuführen.

### Konvergenzproblem lösen

Der Leser mag sich fragen, warum es so lange gedauert hat, bis das Eichprinzip für die Berechnung elektromagnetischer Erscheinungen genutzt werden konnte. Der Grund dafür ist ganz einfach: Die korrekte Implementierung dieses Prinzips führt nämlich zu einer numerischen Formulierung der Maxwellschen Gleichungen, die sich am Rechner nicht lösen lassen! Als Konsequenz wird die Software blockiert, meldet sich mit einem Konvergenzproblem oder liefert bestenfalls eine Antwort, die jedoch schwierig zu reproduzieren ist. Daher wurde das Eichprinzip für die Berechnung elektromagnetischer Variablen zunächst nicht weiter verfolgt.

Im Rahmen der Forschungsarbeiten bei IMEC wurde aber kürzlich festgestellt, dass neben dem Eichprinzip noch eine andere wichtige Errungenschaft des quantenmechanischen Maschinenparks nützlich sein kann, nämlich die virtuellen Felder (Ghost Fields). Sie wurden zuerst 1962 von Feynman ad hoc in die Physik eingeführt und 1967 von Faddeev und Popov für die Quantisierung der Eichtheorie für schwache Wechselwirkungen richtig interpretiert. Quantenmechanischen virtuelle Felder unterscheiden sich von üblichen elektromagnetischen Feldern in dem Sinne, dass obwohl sie physikalische Energie tragen, diese virtuellen Quantenfelder trotzdem niemals in den äußeren Zweigen eines Streuprozesses zu finden sind. Der Name bezieht sich daher auf deren virtuelle Existenz, wie auch das unkonven-

tionelle Spin-Statistik-Verhältnis. Da sie physikalisch nicht existieren, lassen sie sich als mathematische Hilfsstrukturen deuten, die für eine Lösung mit Papier und Bleistift nützlich sein können.

Die klassischen virtuellen Felder wurden in erster Linie in Berechnungen elektromagnetischer Phänomene eingeführt, um den Rechenprozess zu stabilisieren. In der Tat gelang es damit, das Eichprinzip in die numerische Formulierung der Maxwellschen Gleichungen korrekt einzuführen und die Konvergenzprobleme zu lösen. Die virtuellen Felder lassen sich als temporäre mathematische Strukturen ansehen, die im Verlauf der Rechnung eine korrekte und konvergente Rechenvorschrift ergeben, dann aber am Ende der Berechnung verschwinden. Für die Berechnungen der Potentiale mit dem Computer sind die virtuellen Felder unentbehrlich. Dabei unterscheiden sich die hier verwendeten virtuellen Felder beträchtlich von den virtuellen Quantenfeldern, da sie keine Energie enthalten. Ihr Verschwinden wird durch geeignete Randbedingungen erledigt. Daraus kann der Schluss gezogen werden, dass nicht nur das Eichprinzip, sondern auch die virtuellen Felder in der klassischen Berechnung benötigt werden, wie in der Tabelle 1 zusammen gestellt ist. In Abb. 4 sind die Meilensteine in der Entwicklung des Elektromagnetismus verzeichnet. Wie oben diskutiert, ist sie durch einen kontinuierlichen Trend zu immer höheren Abstraktionsebenen gekennzeichnet. Während der Begriff ‚Kraft‘ noch unmittelbar anschaulich ist, kann das weniger für den Begriff ‚Feld‘ behauptet werden. Die numerische Unbestimmtheit der Potentiale entspricht einem nächsten Abstraktionsniveau. Die Fragen der physikalischen Realität von virtuellen Feldern kann leicht in eine philosophische Debatte abschweifen. Man könnte argumentieren, dass virtuelle Quantenfelder real sind, da sie eine wichtige Komponente zur Beschreibung der Realität beitragen. Genauso leicht lässt sich aber anführen, dass sie nicht real sind, da wir

#### Eichtransformation

Abänderung der für eine Formulierung physikalischer Gesetzmäßigkeiten verwendeten physikalischen Größe (insbesondere Feldgrößen) durch Hinzufügen von Ableitungen geeigneter Funktionen des Ortes und der Zeit (1. Art) oder durch Multiplikation mit einem Phasenfaktor, dessen Exponent eine solche Funktion ist (2. Art). Damit lassen sich Feldgleichungen und ihre Lösungen vereinfachen sowie Wechselwirkungen einführen und einheitlich beschreiben.

#### Eichinvarianz

Bezeichnet die Unveränderlichkeit einer physikalischen Gesetzmäßigkeit gegenüber einer Eichtransformation. So sind die Maxwellschen Gleichungen eichinvariant gegenüber einer Eichtransformation 1. Art des elektromagnetischen Viererpotentials. Die Eichinvarianz einer Quantenfeldtheorie gegenüber Eichtransformationen 2. Art ermöglicht es, z.B. Erhaltungssätze für ladungsartige Größen, wie die Kontinuitätsgleichung für Strom und Ladung, herzuleiten.

die Realität in der Sprache der Mathematik beschreiben und diese eine Konstruktion des menschlichen Geistes ist. Für die klassischen virtuellen Felder gelten ähnliche Argumente. Ihre Realität ist aber dadurch gerechtfertigt, dass Berechnungen elektromagnetischer Felder am Rechner durchzuführen sind. Die virtuellen Felder erlauben eine Softwareimplementierung, welche die lokalen Eigenschaften der Felder berücksichtigt und konvergente Algorithmen liefert.

## Anwendungen auf die Halbleitertechnik

Bis hierher klingt es so, als ob es sich nur um rein akademische Gedankenspiele handelt. Dass sich diese Grundsatzüberlegungen aber zur Lösung aktueller Probleme moderner Halbleitertechnik eignen, soll im Folgenden gezeigt werden. So lässt sich das neue Berechnungsverfahren nämlich für die Charakterisierung neuer Bauteile bei hohen Frequenzen ausnutzen. Um Datenübertragung mit höheren Bitraten zu erreichen, steigen die Chip-taktfrequenzen kontinuierlich an, wobei hochfrequente Effekte, wie induktive Kopplung und Stromverteilung, bedeutender werden. Daher wird gute Modellierungssoftware, die hochfrequente Effekte gebührend berücksichtigt, für künftige VLSI-Designs entscheidend sein. Heutzutage nutzen Entwickler eine (quasi-)statische Version der Maxwell'schen Gleichungen, deren Genauigkeit bei niedrigen Frequenzen sicher ausreicht. Diese statische Beschreibung ist eingehend dokumentiert und als Softwarelösung, wie Raphael von Synopsys, kommerziell verfügbar.

Das dynamische, hochfrequente Bild allerdings ist mehr als eine einfache Erweiterung des statischen Teils. Der neue Ansatz von IMEC ermöglicht die Simulation elektronischer Strukturen, bei denen herkömmliche Methoden

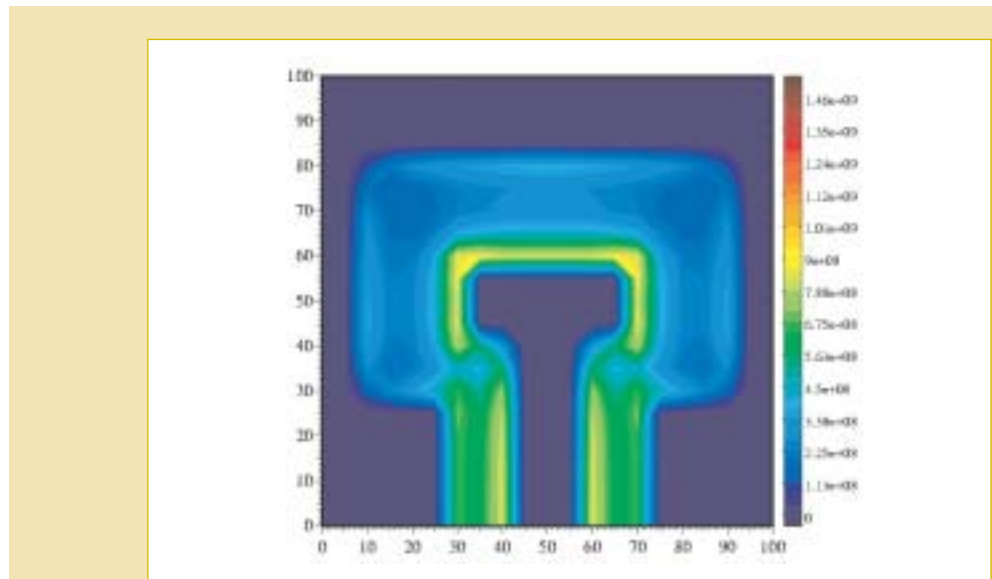


Abb. 6: Stromdichteverteilung in der halboffenen Schleife bei hohen Frequenzen (Längsschnitt)

versagen. Besonders vielversprechende Anwendungen dürften Entwicklung, Evaluierung und Optimierung von Verbindungsstrukturen in hochintegrierten Schaltungen und passiven Schaltelementen sein.

Um das neue Berechnungsverfahren zu verdeutlichen, soll die Berechnung von Substratströmen betrachtet werden. Dazu liege eine halboffene Leiterschleife dicht über einer mäßig leitenden Schicht, ist von ihr aber isoliert (Abb. 5). An die Leiterschleife wird eine hochfrequente Wechselspannung gelegt. Der fließende Wechselstrom erzeugt ein magnetisches Wechselfeld, welches im Substrat wiederum ein elektrisches Wechselfeld erzeugt. Dieses induziert eine Stromschleife und die Geschichte wiederholt sich: Der Strom erzeugt letztlich eine Gegen-EMK, welche den Strom in der halboffenen Leiterschleife verringert.

Mit der neuen Lösungsmethode ist es einfach möglich, das Ergebnis der unendlichen Serie von Ursachen und Wirkungen zu finden: Durch Lösung des gekoppelten Strom/Feld-

Problems. Im Abb. 6 ist das Ergebnis für die Stromdichte in der Leiterschleife dargestellt: Es ist deutlich erkennbar, dass die Stromdichte zum inneren Umfang der Schleife hin ansteigt. Die Stromverteilung in den Zuleitungen der halboffenen Schleife ist im Abb. 7 dargestellt. Die Stromdichte in der Mitte der Leiter ist unterdrückt, der Skin-Effekt deutlich auszumachen.

Im Abb. 8 schließlich ist die Stromdichte im Substrat zu sehen. Unter der halboffenen Leiterschleife wird ein Strom induziert, der zu jedem Zeitpunkt in entgegengesetzter Richtung fließt wie der Schleifenstrom.

Eine eingehende Kenntnis der Substratströme ist für das moderne IC-Design von entscheidender Bedeutung, da derartige Ströme immer Energieverluste bedeuten. Wie sich leicht nachvollziehen lässt, erzeugen die induzierten Ströme durch Ohmsche Verluste Wärme im Substrat. Die Energie dazu stammt aus der Leistung, welche in die halboffene Leiterschleife eingebracht wird. Wenn dies in die Sprache des IC-Designs umgesetzt wird, dann bedeutet das eine Signaldämpfung entlang der Verbindungsleitungen auf Grund der im Substrat induzierten Ströme. Eine andere wichtige Designüberlegung ist die Signalintegrität, die sich auch mit den weiter oben beschriebenen Methoden quantitativ untersuchen lässt.

## Einfluss auf die Designertätigkeit

Bis hierher ist betrachtet worden, wie sich das Verständnis für elektromagnetische Phänomene entwickelt hat und speziell, wie immer abstraktere Konzepte eingeführt wurden:

Ausgehend von Kräften über Felder und nicht eindeutigen Potentialen hin zur Anwendung von virtuellen Nullenergie-Feldern. Diese Entwicklungen scheinen recht esoterisch zu klingen. Wie auch immer, die tägliche Anwendung

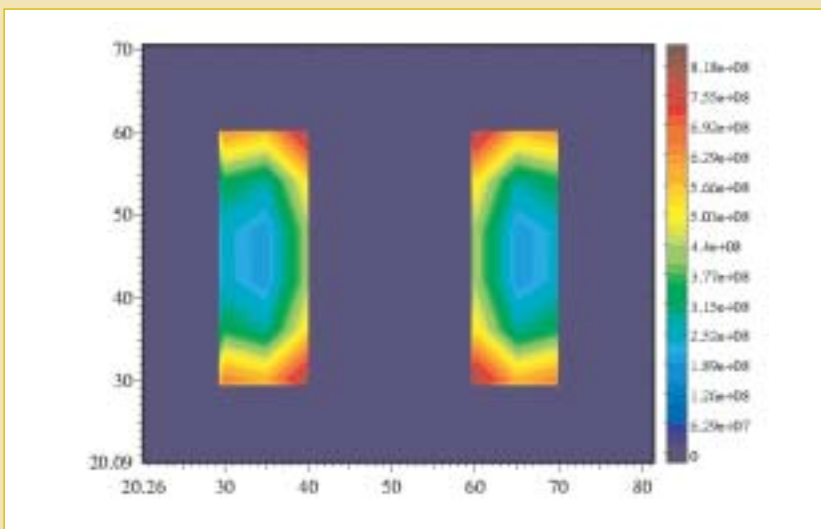


Abb. 7: Stromdichteverteilung in den Leitern der halboffenen Schleife im Querschnitt

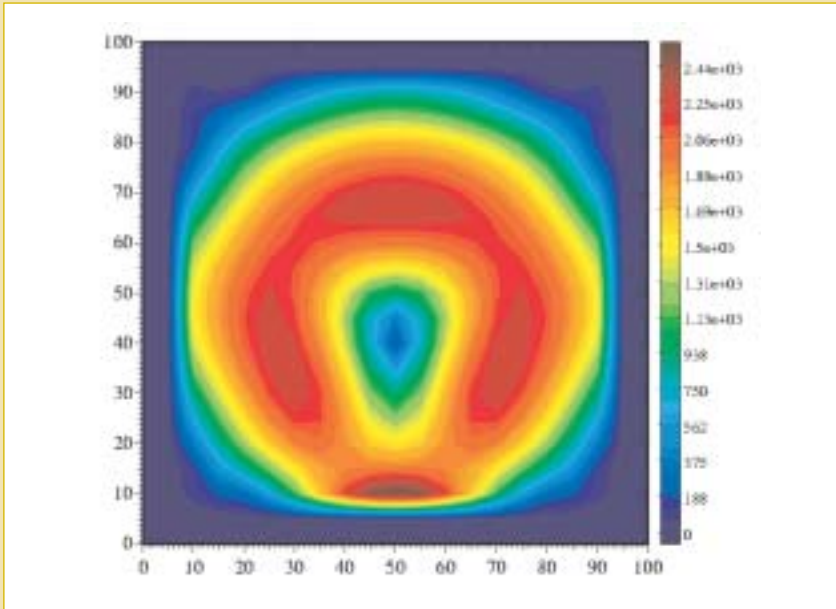


Abb. 8: Im Substrat durch die halboffene Leiterschleife induzierter Strom

von Design-Software-Tools wird von diesen Entwicklungen stark profitieren. Eines der größten Problemfelder beim tiefen Submikron-CMOS-Design in der nahen Zukunft dürfte nämlich Verzögerungsaspekte und die Signalintegrität von Verbindungsstrukturen auf dem Chip betreffen.

Um dafür Entwurfsrichtlinien aufzustellen, würde es sehr hilfreich sein, quantitativ abschätzen zu können, wie stark sich Widerstand, parasitäre Kapazitäten, Störeinkopplung in das Substrat und induktive Kopplung bei vorgegebenem Layout und einer bestimmten Frequenz auswirken. Als vielversprechendster Weg zur Bestimmung der Größen der genannten Effekte bietet sich die Lösung der Maxwellschen Gleichungen

(oder deren Approximationen) für kritische Pfade der Schaltung an.

Ein Herausheben bestimmter Blöcke der Verbindungsstruktur wird die Extraktion einer Impedanzmatrix aus der numerischen Lösung der Maxwellschen Gleichungen erlauben, ohne vereinfachende Annahmen hinnehmen zu müssen, die von einer Beschreibung als quasistatischer Formulierung oder als Übertragungsleitung herrühren.

### EU-Projekt ‚Codestar‘

Derzeit läuft dazu ein von der Europäischen Union gefördertes Projekt unter dem Titel Codestar (IST-2001-34058), dessen Projektleitung bei IMEC liegt. Als Hauptziel des Projekts Codestar gilt die Entwicklung eines Programms für die elektromagnetische Simulation von passiven Strukturen auf dem Chip im Rahmen eines kleinen Simulationsnetzwerks. Zunächst erfolgt eine detaillierte Analyse von Sub-Strukturen mit Lösungsmethoden für elektromagnetische Felder. Speziell im Frequenzbereich sind dann Lösungsmethoden mit virtuellen Feldern ein unverzichtbares Werkzeug zur Extraktion kompakter Modelle von passiven Strukturen auf dem Chip bei hohen Frequenzen.

Die Methode mit virtuellen Feldern bietet das Potential, auch die stark nichtlineare Kopplung behandeln zu können, die sich aus der Anwesenheit halbleitender Schichten ergibt. Schließlich lassen sich alle Techniken, die in den letzten 30 Jahren für die Lösung des Trägertransports in Halbleitern entwickelt wurden, auch nutzen, um die Maxwellschen Gleichungen in halbleitendem Material zu berechnen. An dieser Stelle ist anzumerken, dass im Gegensatz zu Metallen, in denen üblicherweise einfache lineare

Zusammenhänge für die Lösung der Frequenzantwort angenommen werden, wie z.B.  $J = \sigma E$ , bei Halbleitern noch der Diffusionsfluss berücksichtigt werden muss. Eine numerische Implementierung erfordert eine stark nichtlineare Verbindung zwischen den Elektronen- und Löcherströmen mit dem elektrischen Feld. Unter zeitvariablen Bedingungen ist das treibende elektrische Feld auch noch von der Zeitvariation des Vektorpotentials bestimmt, das von der magnetischen Induktion herrührt. Dazu ist es notwendig, das Vektorpotential berechnen zu können. Dies lässt sich gut mit virtuellen Feldern und technologiespezifischen CAD-Funktionen (TCAD) bewerkstelligen. So ist zu erwarten, dass die Rechnerunterstützung des IC-Designers durch die Implementierung der Lösungsmethoden mit virtuellen Feldern für Maxwellschen Gleichungen ganz entschieden erweitert wird. Bei IMEC ist dazu die Machbarkeit einer TCAD-Software schon demonstriert worden. Derzeit ist der zugehörige C++-Code in Entwicklung.

### Schlussfolgerung

Es ist sehr erfreulich festzustellen, wie eine gegenseitige Befruchtung derart unterschiedlicher Disziplinen, wie der (Gitter-)Eichtheorie und dem tiefen Submikron-Design, stattfinden kann.

Die Nachfrage nach robuster Software zur genauen Simulation von Verbindungen führt zum Überdenken der tieferen physikalischen Bedeutung von Eichpotentialen. Der Wunsch, diese neuen Erkenntnisse mit der Fülle numerischer Techniken, wie sie von der TCAD-Gemeinschaft entwickelt wurden, zu verbinden, führte zu Einführung der Nullenergiefelder, die praktisch als Computerassistenten dienen. Diese virtuellen Felder verhalten sich volldynamisch, während die Rechnung läuft. Ihr Verschwinden beim Erreichen der Lösung wird durch Randbedingungen gesteuert. Diese Situation unterscheidet sich sehr von den Lagrange-Multiplizierer-Feldern, die gelegentlich zur Einführung von Eichbedingungen genutzt werden.

Am Schluss steht die Erkenntnis, dass die virtuellen Felder nicht nur das elektromagnetische Vokabular bereichern, sondern auch im IC-Design praktisch anwendbar sind und darüber hinaus den nächsten Schritt auf dem Weg zur vollen Erkenntnis der Natur des Elektromagnetismus gehen.

#### Maxwellsche Theorie

Elektrische Ladungen und Ströme wirken mittels elektromagnetischer Felder aufeinander, die sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreiten und Träger von Energie, Impuls und Drehimpuls sind.

#### Maxwellsche Gleichungen

Sie verknüpfen die elektrischen Feldgrößen  $E$  (elektrische Feldstärke) und  $D$  (elektrische Flussdichte) sowie die magnetischen Feldgrößen  $H$  (magnetische Feldstärke) und  $B$  (magnetische Flussdichte) miteinander und auch mit der elektrischen Ladungsdichte  $\zeta$  und der elektrischen Stromdichte  $j$ .

In Differentialform lauten sie:

1.  $\text{div } D = \rho$
2.  $\text{rot } H = j + D'$
3.  $\text{rot } E = -B'$
4.  $\text{div } B = 0$

Beitrag als PDF per ‚more@click‘:

